

Раздел 4 Плиты перекрытий, усиленные балками

Усиление плит балками достаточно часто встречается в современном домостроении, хотя это и противоречит требованиям свободной планировки (потолки должны быть гладкими). Поэтому балки стремятся расположить в створе перегородок, наружных стен. В любом случае расположение балок, как правило, нерегулярное, нет четко выраженной системы главных и второстепенных балок, балки могут иметь небольшую высоту и здесь часто нагрузки передаются на опоры за счет работы собственно плиты, а балки играют несамостоятельную роль.

В этом случае опыт расчета и проектирования ребристых перекрытий (эти примеры имеются в каждом учебнике по железобетонным конструкциям, где рекомендуется собирать нагрузку с плиты на второстепенные балки, считая опирание плиты на них жестким, затем рассчитать второстепенные балки, считая их опирания на главные балки жестким и т.д.) малопригоден и может иметь разве что антикварную ценность.

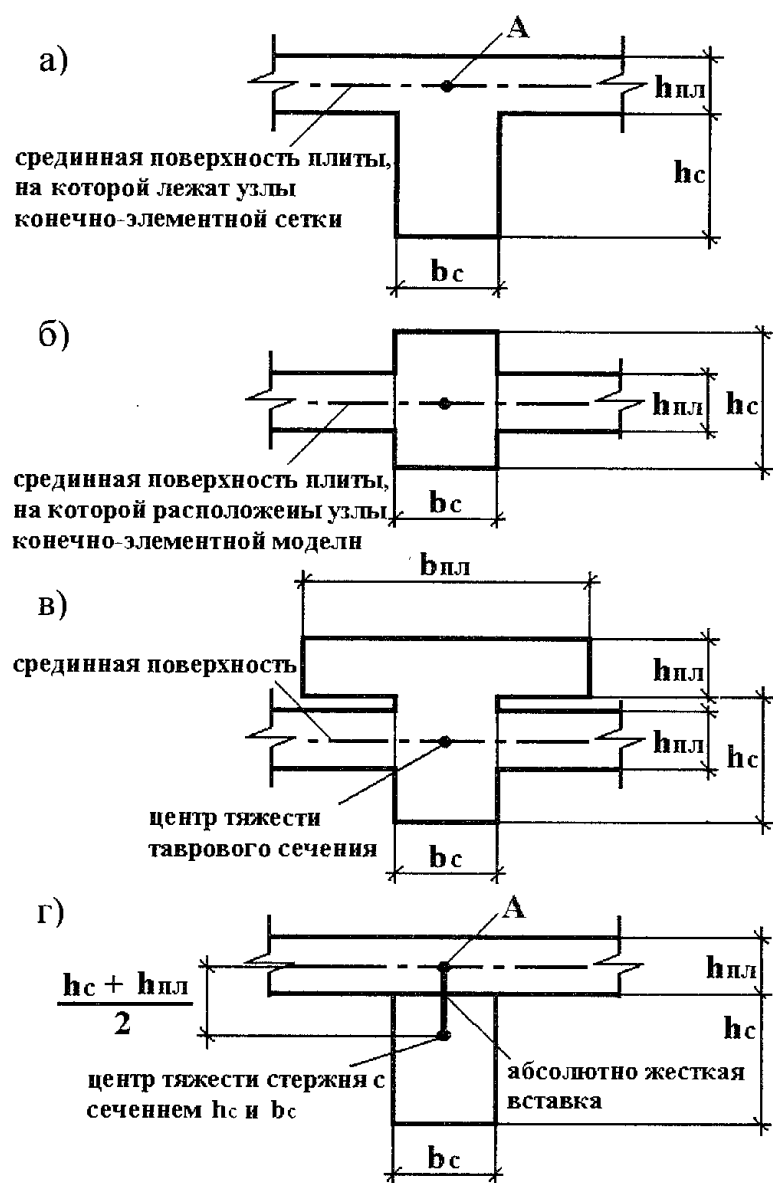


Рис.4.1

С другой стороны, с точки зрения метода конечных элементов как будто бы не должно быть никаких проблем: вводится конечно-элементная сетка плиты с базовыми точками на линиях балок, нагрузка прикладывается по верху плиты и т.д. Но здесь возникает много проблем связанных со стыковкой в конечно-элементной модели элементов различной мерности (подробно об этом в разделе 7). Главная проблема здесь – как назначить жесткость балки.

Если в конечно-элементную модель плиты, узлы сетки которой лежат на срединной поверхности, ввести стержни сечением $h_c \times b_c$, то будет рассчитана система с взаимным расположением плиты и балки, представленным на рис. 4.1 б. Конечно, такая модель не выдерживает никакой критики. Можно ввести тавровое сечение балки. Взаимное расположение плиты и балки в этом случае представлено на рис. 4.1 в. Но здесь возникает вопрос о том, как назначить ширину полки. Разные методические материалы дают различные рекомендации – от 6 до 15 толщин плиты. Кроме того, по этой схеме работа плиты учитывается дважды. Правда это

вполне допустимо, так как конечные элементы плиты моделируют изгибную группу усилий, а часть плиты в составе полки балки моделирует мембранную группу усилий.

Достаточно адекватной является модель, предложенная в [1], где взаимодействие плиты и балки представлено на рис. 4.1 г.

В этом случае стержни сечением $h_c \times b_c$, подвешиваются при помощи абсолютно жестких вставок к узлам конечно-элементной модели плиты, лежащими в ее срединной поверхности. Здесь (в отличие от моделей рис. 4.1 б и рис. 4.1 в, где в конечных элементах плиты и стержней возникает только изгибная группа усилий, а каждый узел конечно-элементной схемы имеет три степени свободы – вертикальное перемещение и два угла поворота) каждый узел конечно-элементной схемы имеет пять степеней свободы – три линейных перемещения и два угла поворота, а конечные элементы плиты испытывают кроме изгибной также мембранную группу усилий*, а в стержневом элементе, кроме изгибающего момента (M_c) и поперечной силы, возникает еще и нормальная сила (N_c).

Хотя последняя модель и наиболее полно отображает действительную работу конструкции, и снимают вопрос о назначении ширины полки в тавровой балке, вместе с тем возникают трудности на последних этапах проектирования балки. Конечно можно просто рассчитать сечение стержня $h_c \times b_c$, на полученные в нем усилия M_c и N_c . Однако как правило значение N_c велико и он будет законструирован как внецентренно растянутый элемент и подобранная арматура в нем будет распределена по всему периметру, в то время как по правилам конструирования балочных ростверков арматура должна быть расположена у нижней и верхней грани. Таким образом, для конструирования желательно рассматривать тавровое сечение балки, подверженное изгибу, однако неясно какой изгибающий момент действует на балку и неясно какое сечение балки надо рассчитывать.

В этом случае можно рассматривать следующий инженерный подход, основанный на гипотезе о том, что равнодействующая мембранных сил плиты, уравнивающих нормальную силу в подвешенном стержне (N_c), приложена в центре плиты (точка А рис. 4.2 а). Тогда можно считать, что изгибающий момент, действующий на балку таврового сечения равен $M_b = M_c + N_c \times 0.5(h_c + h_n)$. Остается только определить ширину полки тавровой балки. Здесь можно с некоторой натяжкой использовать выше принятую гипотезу: если центр тяжести мембранных сил приложен в центре плитной части (точка А), то полка должна быть равномерно сжата. Так как арматура будем рассчитываться в рамках предположений о предельном состоянии сечения, то напряжение в полке будет R_b . Поэтому ширина полки $b_n = N_c / (h_n \times R_b)$.

* Хотя эти элементы и плоские, но они моделируют как изгибную, так и мембранную группу усилий, т.е. набор усилий характерный для оболочек.

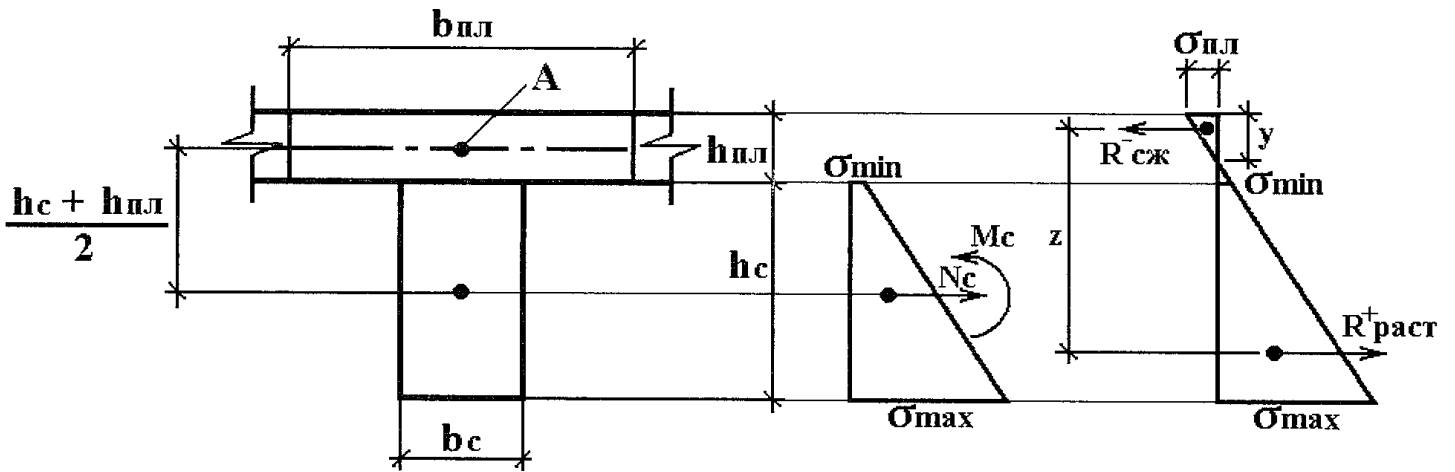


Рис.4.2

Поперечная сила в балке определяется как первая производная (при численных расчетах используется конечноразностный подход) от моментов $M_b(x)$. Так как эпюры M_c и N_c в стержне имеют ступенчатый вид (рис. 4.5 г), т.е. в каждом сечении имеется два значения момента и нормальной силы, то их следует либо усреднить, либо брать их значения в серединах отрезков. Конечно, предположения о том, что напряжения в полке для определения M_b приняты постоянными, а при определении b_n равны R_b , в ряде случаев могут оказаться недостаточно удачными, поэтому ниже приводится несколько другой подход основанный на гипотезе плоских сечений (рис. 4.2 б). Деформация сечения определяется на основе эпюры напряжений в сечении стержня:

$$\sigma_{\max} = +N_c/F_c + M_c/W_c; \quad \sigma_{\min} = +N_c/F_c - M_c/W_c; \quad F_c = h_c \times b_c; \quad W_c = b_c \cdot h_c^2/6.$$

Далее наклон сечения продлевается в область плиты и из геометрических соотношений определяется $\sigma_n, y, z, R_{сж} = R_{раст}$.

После этого определение M_b и b_n представляется делом техники:

$$M_b = R_{раст} \times z \quad b_b = R_{сж} / (0,5 \sigma_n \times y)$$

Для иллюстрации вышеприведенных рассуждений приведем численный пример (рис. 4.3). Рассчитывается плита пролетом 6м, шарнирно опертая по двум сторонам (длиной 5м). В середине плита подперта балкой 40x30см. Нагрузка на плиту $1,5 \text{ т/м}^2$. На рис. 4.4 приведены результаты расчета этой плиты по схеме, аналогичной схеме на рис. 4.1 в, т.е. конечно-элементная модель представляет собой набор плитных элементов совместно с изгибным стержнем таврового сечения, имеющим ширину полки 1,5м, т.е. свесы приняты по $3 \times \delta = 0,6 \text{ м}$.

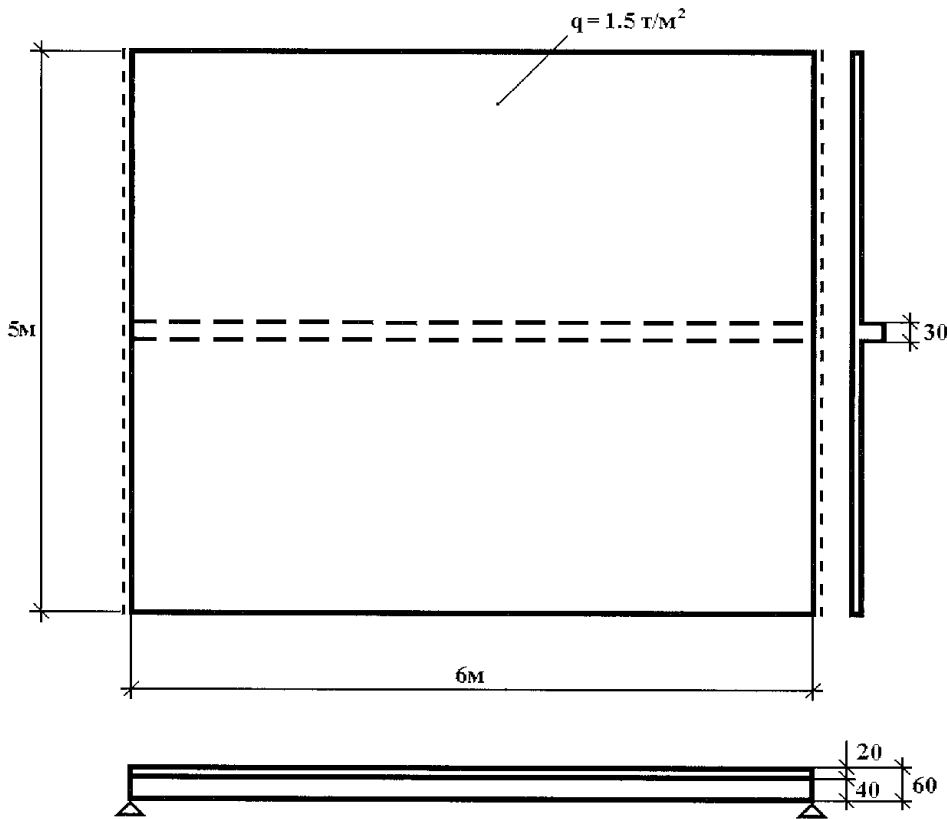


Рис. 4.3

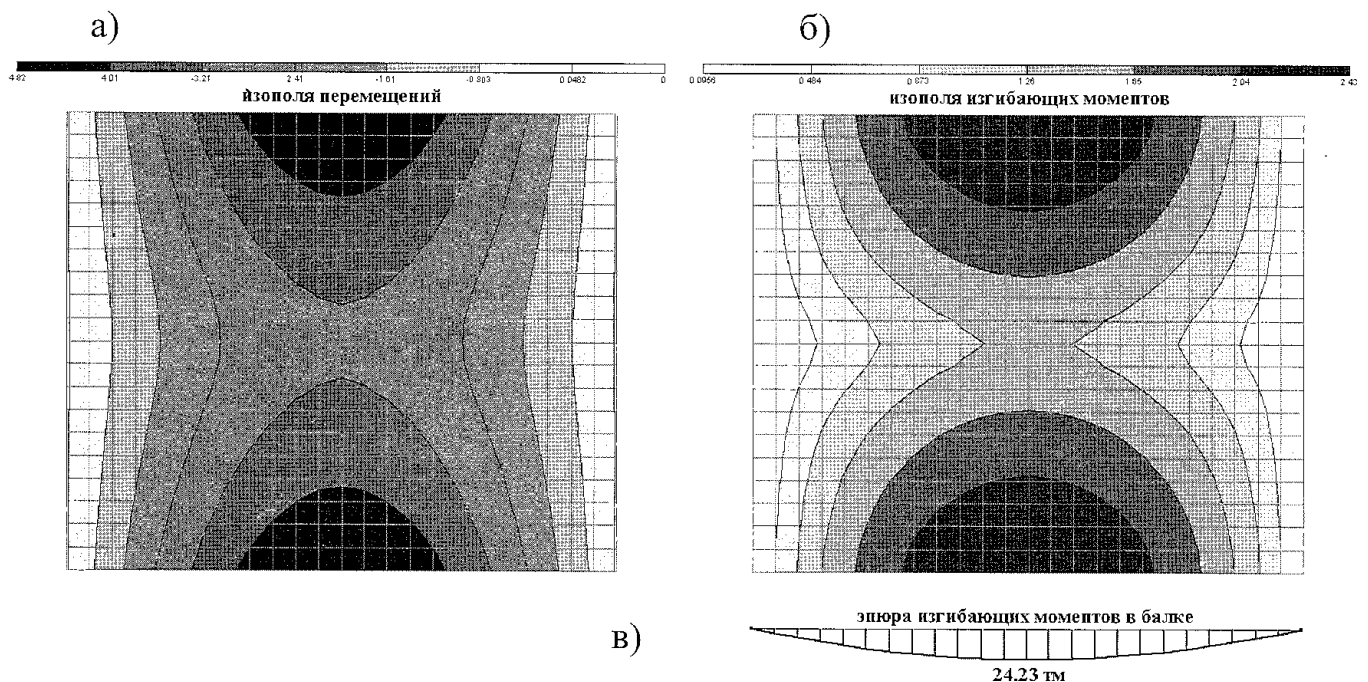


Рис. 4.4

На рис. 4.4 а приведены изополя перемещений, на рис. 4.4 б – изополя M_x и на рис. 4.4 в – эпюры моментов в балке таврового сечения. На рис. 4.5 приведены результаты расчета по схеме аналогичной рис. 4.1 г. Здесь плита моделируется конечными элементами оболочечного типа, а стержневой элемент размерами 40х30см подвешивается к узлам расчетной схемы на абсолютно жестких вставках длиной $0.5 \times (40 \times 20) = 30 \text{ см}$.

На рис. 4.5 а) приведены изополя перемещений, на рис. 4.5 б) – изополя M_x в плите, на рис. 4.5 в) – изополя N_x в плите, на рис. 4.5 г) – эпюры моментов в стержневом элементе, а на рис. 4.5 д) – эпюры нормальных сил в стержневом элементе.

Сравнивая результаты обоих расчетов, видим, что они примерно одинаковые, практически совпадают перемещения, моменты в плите и моменты в балке. Момент в балке по первой схеме в середине пролета равен $24,23 \text{ тм}$, а в гипотетической второй балке $M = 3,77 + 68,58 \times 0,3 = 24,34 \text{ тм}$, где:

$3,77$ и $68,58$ – момент и нормальная сила в подвешенных стержнях,
 $0,3$ – величина абсолютно жесткой вставки.

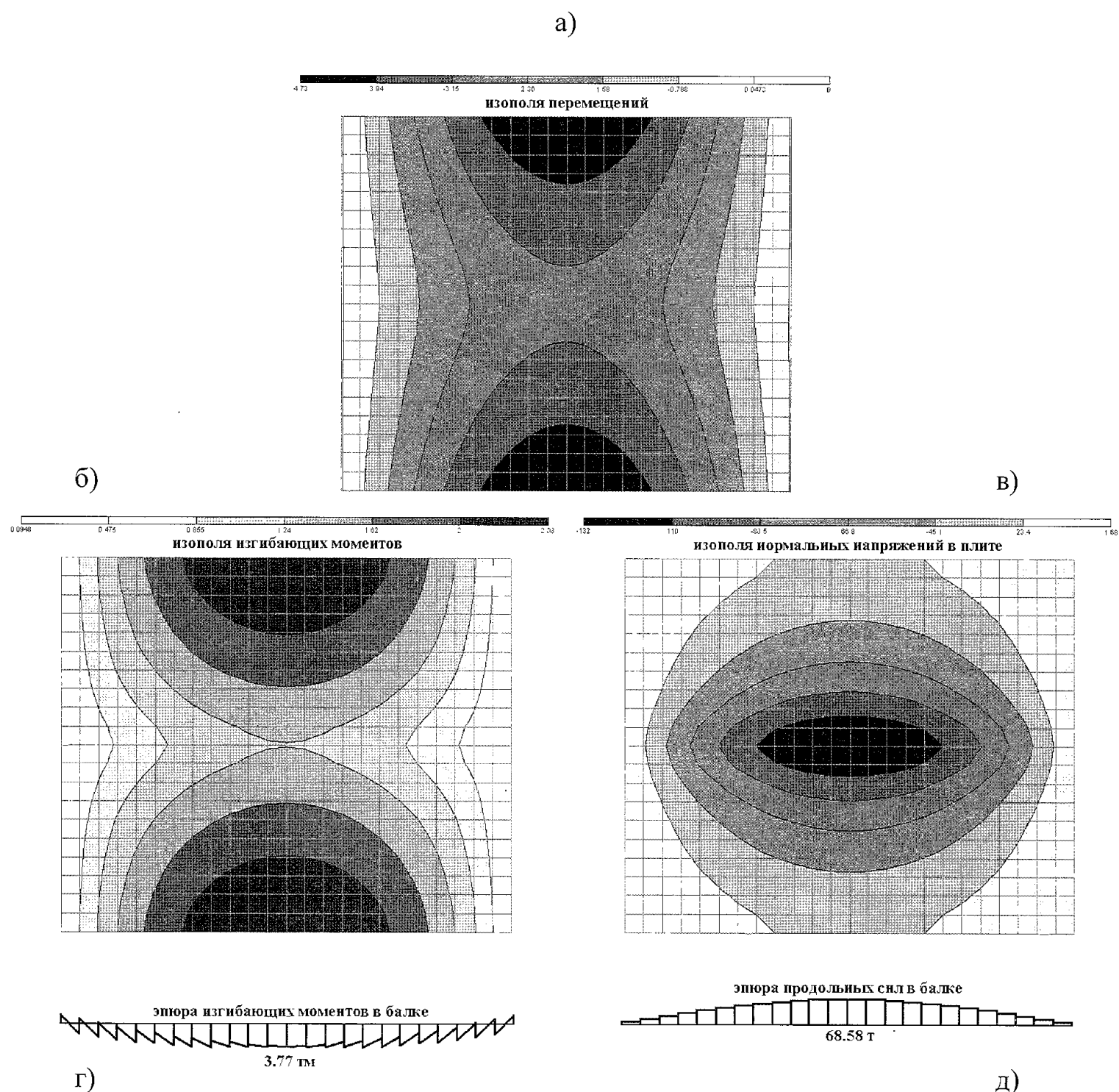


Рис. 4.5

Таким образом, подход с непосредственным введением в расчет тавровых балок (рис. 4.1 в, рис. 4.4) более легок в реализации и удобен для последующего конструирования балок. Опасения, что в этом случае плита учитывается дважды, не имеют особых оснований, так как здесь просто отдельно учитывается мембранная и изгибная группы возникающих в плите усилий. Конечно, возникает вопрос о том, какую ширину полки тавровой балки принять. методика представленная на рис. 4.2 очень громоздка и требует предварительного расчета по уточненной конечно-элементной схеме – рис. 4.1 г. В приведенном численном примере свесы полок были приняты $3h_n$ (т.е. вся ширина полки составляет $3 \times 0,2 + 0,3 + 3 \times 0,2 = 1,5\text{м}$) и это оказалось удачным. Можно рекомендовать размеры свесов $2h_n - 4h_n$, хотя эта рекомендация очень приблизительна, и в каждом отдельном случае специалист сам должен принять решение.